

Niveau : Seconde	Titre : Du carré au cube-chaussette	Notion : Géométrie dans l'espace
Objectifs : Passer du plan à l'espace, dessiner en perspective, construire des patrons.		Durée : 4 séances dont au moins une en demi-classe
Type d'activité : 1) problème ouvert 2) réinvestissement		
Pré-requis : notions de collège, colle, ruban adhésif et papier		
<p>Dans le carré de côté 5, les deux diagonales se coupent en leur milieu O, sont de la même longueur $5\sqrt{2}$ et sont perpendiculaires.</p> <p>Le carré est inscrit dans le cercle de centre O et de rayon $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ et le cercle de centre O et de rayon 2,5 est inscrit dans le carré.</p> <p>Enfin le quadrilatère dont les sommets sont les milieux respectifs des quatre côtés est lui-même un carré.</p>		
<p>Construire le patron des pyramides dont la base est une face du cube et le sommet le centre du cube. Coller ces pyramides sur le patron du cube. Que constate-t-on lorsqu'on referme le patron du cube puis quand on le retourne comme une chaussette ?</p>		
Source : André Délédicq		
<p style="text-align: center;">Consignes Vous devez, 1- formuler le problème ; 2- conjecturer le résultat ; 3- expérimenter et élaborer une stratégie pour la résolution ; 4- démontrer ou invalider les conjectures ; 5- rédiger individuellement la solution en expliquant les outils utilisés ; 6- contrôler les résultats obtenus ; 7- faire un journal de bord.</p> <ul style="list-style-type: none"> • <u>Première séance</u> : (50 min) • <u>Deuxième séance</u> : (15 min) ; (35 min) ; • <u>Troisième séance</u> : • <u>Quatrième séance</u> : 		

- Première séance : (50 min)
 - conjectures sur les diagonales du cube, souvent les diagonales sont perpendiculaires. Certains ont mesuré cette diagonale avec une bande de papier.
 - dessin en perspective du cube et construction d'un cube à partir d'un patron
 - découverte pour certains qu'il est plus intéressant de ne pas coller toutes les faces, car on ne voit pas l'intérieur du cube.
 - mise au point d'une stratégie de démonstration pour certains groupes pour la longueur de la diagonale.
 - à ma demande, un élève de chaque groupe est chargé de rédiger un journal de bord pour garder la mémoire des séances et faciliter ensuite la rédaction.
 - tous les groupes ont compris que ce n'est pas un cube qui est à l'intérieur du cube mais un polyèdre à 6 sommets, sauf un qui a été surpris de découvrir qu'un petit cube ne remplissait pas le grand cube.

- Deuxième séance : (15 min) ; (35 min);
 - mise au propre de la séance précédente. Le groupe qui avait imaginé un cube dans le grand a construit un octaèdre régulier qui répond à la question. C'est le seul.
 - mise en place difficile de la stratégie pour valider la conjecture des diagonales : il faut penser à couper le cube selon un plan diagonale. L'utilisation du cube en fil de fer a été utile pour certains.
 - recherche sur le web d'un polyèdre régulier à 6 sommets. Visite du site de Thérèse Eveilleau (Alençon) http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/truc_mat/textes/platon.htm
 - consigne pour la rédaction et la démonstration individuelle du « théorème » relatif au cube. Photocopies des journaux de bord pour que chacun puisse faire sa rédaction, à partir des renseignements consignés.

- Troisième séance :
 - construction du patron d'une pyramide de base une face du cube et de sommet le centre du cube, 6 pour chaque groupe de quatre.
 - chaque pyramide est collée sur une face du cube (prévoir une colle solide, pas en bâtonnet et du ruban adhésif pour coller les faces des pyramides). Seul un groupe a terminé rapidement en s'organisant bien.

- Quatrième séance :
 - on referme le cube les six pyramides sont à l'intérieur.
 - on retourne le cube (comme une chaussette d'où le surnom de ce solide). Il doit avoir 24 faces (6 x 4) or il n'y en a exactement 12 car deux faces de deux pyramides sont dans le plan. Ce solide a 12 faces (dodécaèdre) et chaque face est un losange (rhombos pas rambo !) d'où son nom scientifique.
 - il est possible si vous disposez d'assez de temps et d'un public réceptif de prouver que deux faces sont coplanaires par des considérations d'angle.
 - le cube remplissant intégralement l'espace, il est évident que les rhombododécaèdres aussi.
 - distribution du corrigé du DM.