Ecrire une expression algébrique

Ecriture algébrique	Sur calculatrice	En notation postfixée	En notation préfixée	En LaTeX
$\frac{3}{1+\frac{2}{7}}$	3/(1+2/7)	3 1 2 7 / + /	(/ 3 (+ 1 (/ 2 7)))	\frac{3}{1+\frac{2}{7}}
$12\cos(45)$	12*cos(45)	12 45 cos *	(* 12 (cos 45))	12 \cos (45)
$\left(5-\frac{1}{3}\right)\left(4+\frac{3}{7}\right)$	(5-1/3)*(4+3/7)	5 1 3 / - 4 3 7 / + *	(* (- 5 (/ 1 3)) (+ 4 (/ 3 7)))	\left(5 - \frac{1}{3}\right)\left(4+\frac{3}{7}\right)
$(3\times5+2)e^{-0,5\times5}+2$	(3*5+2)e^(-0,5*5)+2	3 5 * 2 + -0,5 5 * exp * 2 +	(+ (* (+ (* 3 5) 2) (exp (* -0,5 5))) 2)	(3 \times 5 +2) e^{-0.5 \times 5}+2
$\sqrt{\frac{100}{99}}\times168$	√ (100/99)*168	100 99 / sqrt 168 *	(* (sqrt (/ 100 99)) 168)	\sqrt{\frac{100}{99}} \times 168

Il existe plusieurs façons d'écrire un calcul.

- *L'écriture algébrique est la façon habituelle d'écrire un calcul quand on fait des Mathématiques*
- *Si on utilise une calculatrice, il faut penser à mettre es parenthèses au numérateur et au dénominateur*
- *Dans la notation postfixée, on écrit d'abord les opérandes, puis les opérateurs*
- *En notation préfixée, les opérateurs viennent avant, et comme certains opérateurs peuvent porter sur deux, trois nombres, ou plus, on utilise massivement des parenthèses*
- *LaTeX est un langage de composition de textes mathématiques et scientifiques, utilisable avec GeoGebra p.ex*
- *Avant l'utilisation des symboles d'opération et des parenthèses, on écrivait par exemple 2in*$\overline{3p7}$ *pour* $2(3+7)$*, le surlignement servant à indiquer par quelle opération commencer.*

Asse della parabola

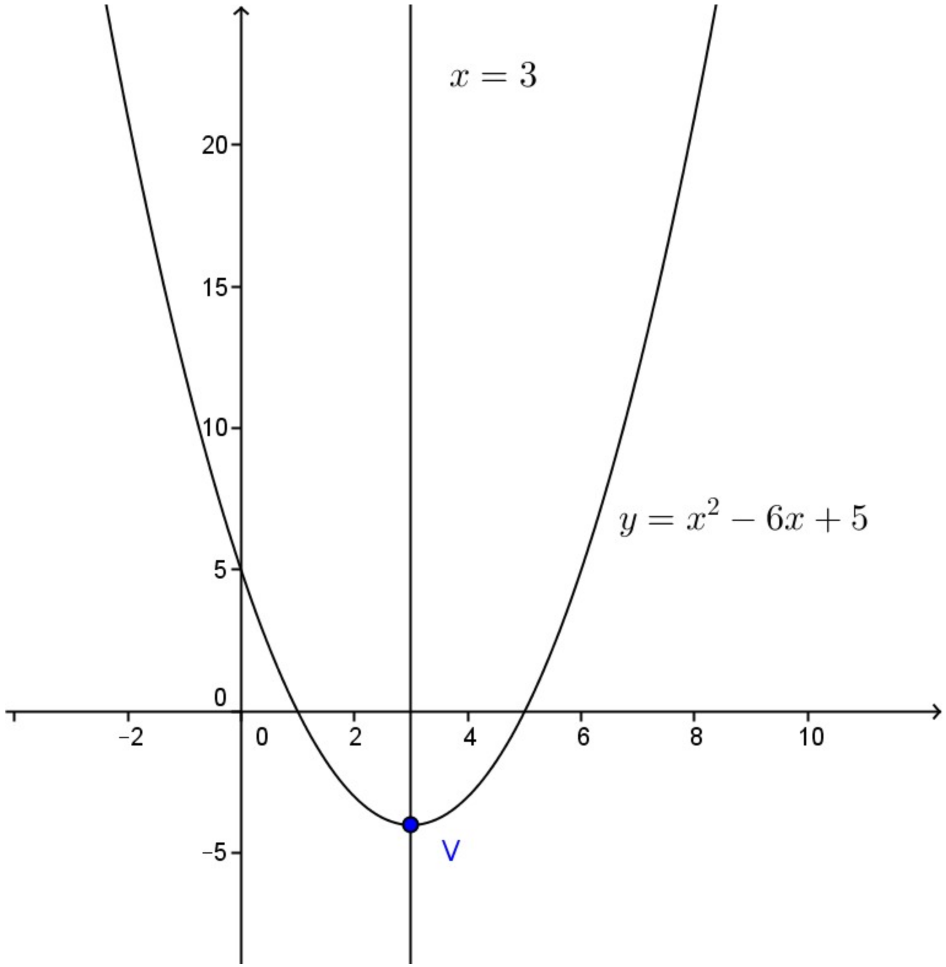
Calcoliamo l'equazione dell'asse della parabola di equazione $y=x^2-6x+5$.
La parabola è simmetrica rispetto a una retta, detta asse della parabola, che è perpendicolare alla direttrice, passa per il fuoco e interseca la parabola in un punto detto vertice.
Il vertice della parabola di equazione $y=x^2-6x+5$ *ha coordinate :*

$$x=-\frac{b}{2a}=\frac{6}{2}=3 \qquad y=\frac{4ac-b^2}{4a}=\frac{4.5-36}{4}=-\frac{16}{4}=-4$$

ossia :

$$V(3,-4)$$

L'asse di simmetria, la cui equazione è uguale all'ascissa del vertice, è $x=3$.



Source : Matematica, Manuale per la prova scritta e orale, Carla Iodice, Maggioli editore 2015

Il quantificatore universale $\forall$ e il quantificatore esistenziale $\exists$

Per rendere più sintetica la scrittura, talune locuzioni si esprimono utilizzando una particolare simbologia.
Si considerino locuzioni del tipo :

Qualunque sia $x \in X$ *tale che ...*
Esiste un unico $x \in X$ *tale che ...*
Qualunque siano $x, y \in B$ *tali che ...*
Esiste almeno un $x \in X$ *tale che...*

Simbolo	Significato
$\forall$	Per ogni..., Qualunque...
$\exists$	Esiste almeno un..., Esistono ...
$\nexists$	Non esiste alcun …, Non esistono ...
$\exists!$	Esiste un unico … , Esiste uno e uno solo ...
: oppure |	Tale che …, tali che ...

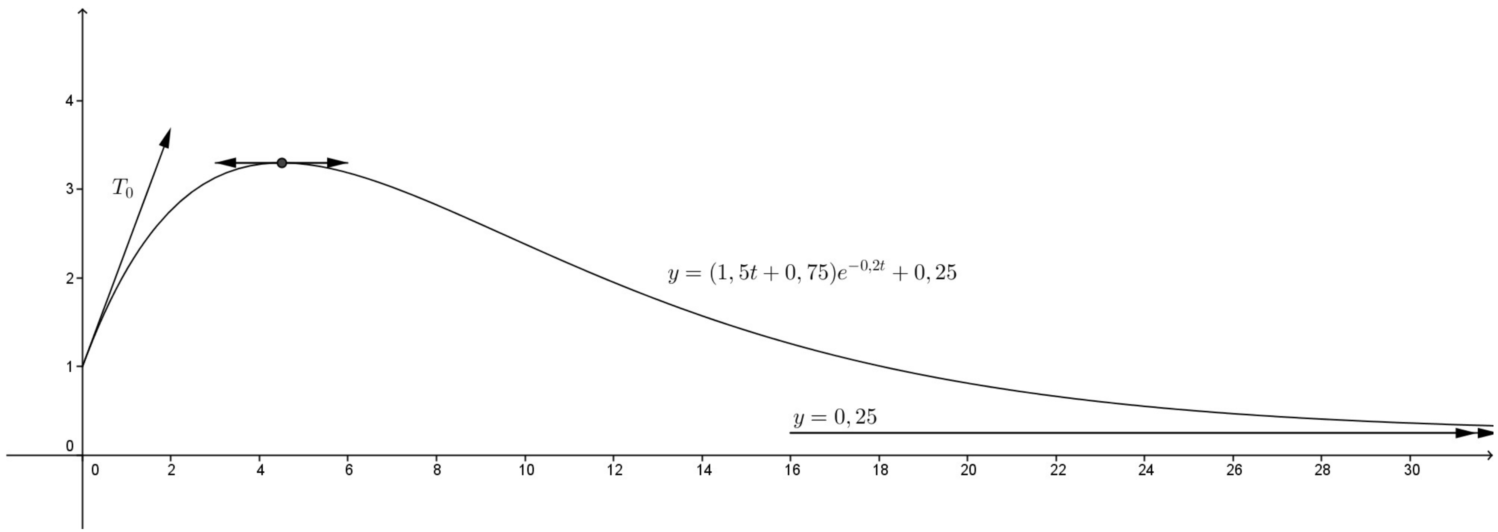
Nella logica, i quantificatori sono termini logici cha specificano quanti individui hanno una determinata proprietà :

- *tutti gli uomini sono mortali*
- *qualche uomo è biondo*
- *nessun uomo vola*
- *quasi tutti gli uomini praticano sport*
- *molti ragazzi studiano*
- *pochi bambini leggono poesie*

Source : Matematica, Manuale per la prova scritta e orale, Carla Iodice, Maggioli editore 2015

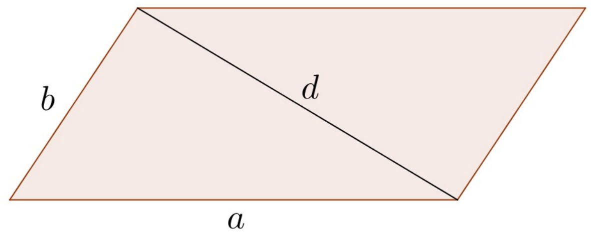
Export d'un graphique GeoGebra vers PSTricks

```
\documentclass[10pt]{article}
\usepackage{pstricks-add}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\psset{xunit=1.0cm,yunit=1.0cm,algebraic=true,dotstyle=o,dotsize=3pt 0,linewidth=0.8pt,arrowsize=3pt 2,arrowinset=0.25}
\begin{pspicture*}(-1.73,-0.83)(31.88,5.06)
\psaxes[labelFontSize=\scriptstyle,xAxis=true,yAxis=true,Dx=2,Dy=1,ticksize=-2pt 0,subticks=2]{->}(0,0)(-1.73,-0.83)(31.88,5.06)
\psplot[plotpoints=200]{2.978579835292041E-7}{31.882522533333315}{(t*≥*0)*((1.5*t+0.75)*EXP(-0.2*t)+0.25)}
\psline{->}(0,1)(2,3.7)\psline{->}(3,3.3)(6,3.3)\psline{->}(6,3.3)(3,3.3)
\rput[tl](0.64,3.37){$T_0$}\psline{->}(16,0.25)(32,0.25)\rput[tl](16.02,0.77){$y=0,25$}
\rput[tl](13.19,2.46){$y=(1,5 t +0,75) e^{-0,2 t} +0,25$}
\psline{->}(16,0.25)(31.5,0.25)
\begin{scriptsize}
\psdots[dotstyle=*,
linecolor=darkgray](4.5,3.3)
\end{scriptsize}
\end{pspicture*}
\end{document}
```



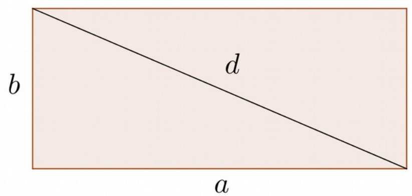
La figure a été construite avec GeoGebra, puis traduite en LaTeX/PSTricks pour être intégrée dans un autre document.

I parallelogrammi, i rettangoli, i rombi e i quadrati



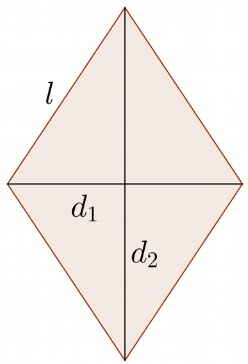
Il parallelogramma è un quadrilatero con i quattro lati paralleli a due a due : i lati opposti sono uguali così come gli angoli opposti. Le diagonali dividono il parallelogramma in due triangoli uguali.

$P=2(a+b)$ $A=a\,h$ $h=\dfrac{A}{a}$ $a=\dfrac{A}{h}$



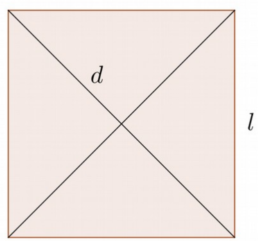
Il rettangolo è un parallelogramma con quattro angoli uguali e retti.

$P=2(a+b)$ $A=a\,b$ $b=\dfrac{A}{a}$ $a=\dfrac{A}{b}$ $d=\sqrt{a^2+b^2}$



Il rombo è un parallelogramma con quattro lati uguali e paralléli a due a due e gli angoli opposti uguali.

$P=4\,l$ $A=\dfrac{d_1 d_2}{2}$ $l=\dfrac{\sqrt{d_1^2+d_2^2}}{2}$ $l=\dfrac{P}{4}$ $d_1=\dfrac{2\,A}{d_1}$ $d_2=\dfrac{2\,A}{d_1}$



Il quadrato è un parallelogramma con quattro lati uguali e quattro angoli uguali e retti.

$P=4\,l$ $A=l^2=\dfrac{d^2}{2}$ $l=\sqrt{A}$ $l=\dfrac{P}{4}$ $l=\dfrac{d}{\sqrt{2}}$ $d=l\sqrt{2}$

Source : Matematica, Manuale per la prova scritta e orale, Carla Iodice, Maggioli editore 2015

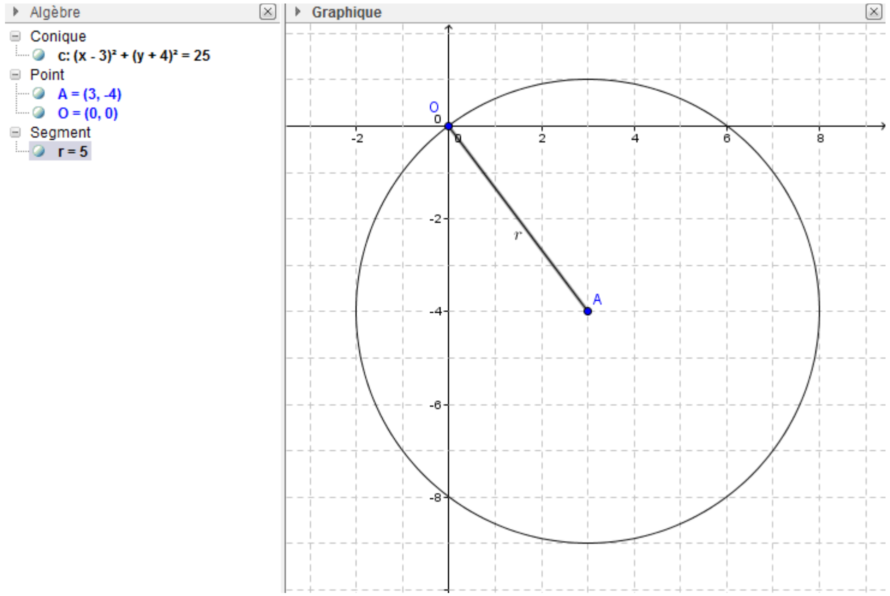
Ympyrän yhtälö

Esimerkki 1

Muodostetaan yhtälö ympyrälle, jonka keskipiste on (3, -4) ja joka kulkee origon kautta.

Merkitään keskipiste: A = (3, -4) ja kehän piste: O = (0,0). Ympyrän säde $r = AO = \sqrt{(0-3)^2+(0+4)^2} = \sqrt{25} = 5$.

Ympyrän yhtälön keskipistemuoto saadaan nyt keskipisteen ja säteen avulla ja se on $(x-3)^2+(y+4)^2 = 5^2$



Esimerkki 2

Selvitetään esittääkö yhtälö $x^2 + y^2 -10x + 4y -20 = 0$.

Jotta tiedetään, että yhtälö esittää ympyrää, on sen yhtälö saatettava keskipistemuotoon neliöön korottamalla.

$x^2 + y^2 -10x + 4y -20 = 0$

$x^2 -10x + y^2 + 4y = 20$

$x^2 -2\cdot 5x + 5^2 + y^2 + 2\cdot 2y + 2^2 = 20 + 5^2 + 2^2$

$(x-5)^2 + (y+2)^2 = 49$

$(x-5)^2 + (y+2)^2 = 7^2$

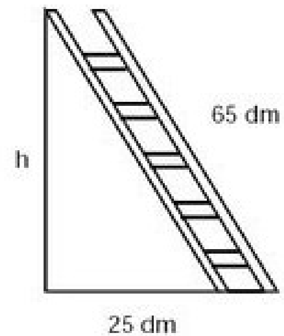
Yhtälö esittää ympyrää, jonka keskipiste on (5, -2) ja säde 7.

- Kirjoita keskipistemuodossa ja yleisessä muodossa yhtälö ympyrälle, jonka keskipiste on (1, 1) ja säde on 3.
- Muodosta yhtälö ympyrälle, jonka halkaisijan päätepisteinä ovat pisteet (-3, 2) ja (1, 6).
- Muodosta yhtälö ympyrälle, jonka keskipiste on (-5, 7) ja se kulkee origon kautta.
- Muodosta yhtälö ympyrälle, jonka keskipiste on origossa ja halkaisijan pituus on 18.

Source : http://materiaalit.internetix.fi/fi/opintojaksot/5luonnontieteet/matematiikka/ma4/ympyran_yhtalo

Teorema de Pitágoras

Una escalera de 65 dm de longitud está apoyada sobre la pared. El pie de la escalera dista 25 dm de la pared.
¿ A que altura se apoya la parte superior de la escalera en la pared ?
¿ A que distancia de la pared habrá que colocar el pie de esta misma escalera para que la parte superio se apoye en la pared a una altura de 52 dm ?

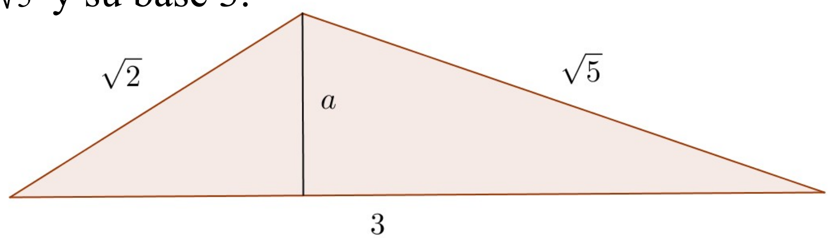


Problema 1
Calcular la hipotenusa del triángulo rectángulo de lados 3cm y 4cm.

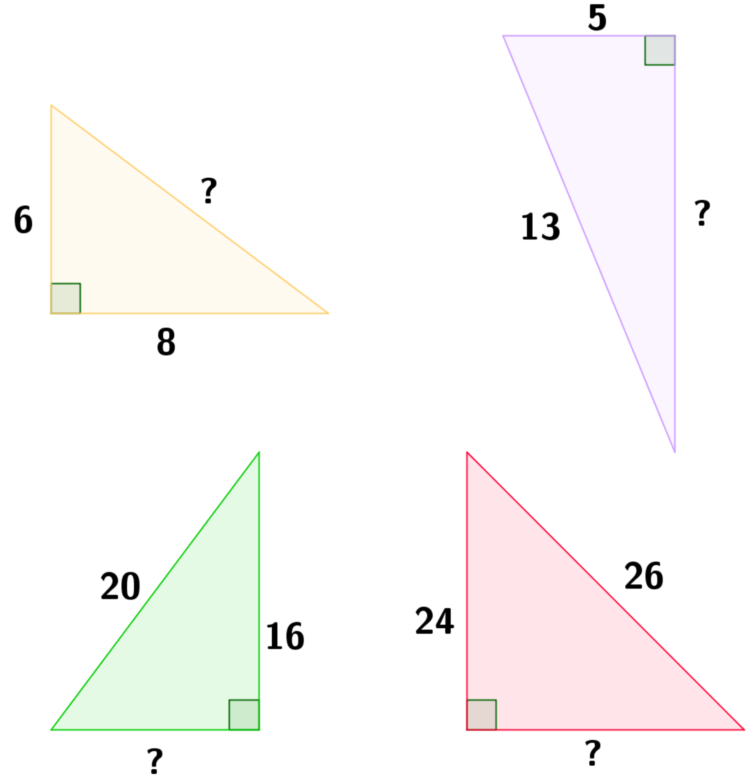
Problema 2
Si la hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 2cm y uno de sus lados mide 1cm, ¿cuánto mide el otro lado?

Problema 3
Calcular la hipotenusa del triángulo rectángulo cuyos lados miden $\sqrt{2}$ y $\sqrt{3}$.

Problema 4
Calcular la altura del siguiente triángulo sabiendo que sus lados miden $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$ y su base 3.



Calcula las longitudes que faltan en los siguientes triángulos rectángulos.



Examplul 3

$$x^2 y^2 \frac{dy}{dx} + 1 = y \,, \quad x \in I \subseteq \mathbb{R}_+^*$$

Ecuatia poate fi scrisa in forma normala $\frac{dy}{dx} = \frac{y-1}{x^2 y^2}$.

Evident, $y = 1$ este solutie stationara. Pentru $y \neq 1$, separand varabilele si integrand, obtinem solutia generala in forma implicita $\frac{y^2}{2} + y + \ln|y-1| = -\frac{1}{x} + C$, $C \in \mathbb{R}$

Examplul 4

Fie ecuatia $\frac{dy}{dx} = \frac{(1+y^2)\sin x}{2y}$

1. Gasiti solutia ei generala.
2. Aflati o solutie particulara care verifica si conditia initiala $y(0) = 1$

1. Separand varabilele $\frac{2y\,dy}{1+y^2} = \sin x\,dx$ si integrand $\int \frac{2y\,dy}{1+y^2} = \int \sin x\,dx$, rezulta $\ln(1+y^2) = -\cos x + C$, $C \in \mathbb{R}$.
   Deci $y^2 = C e^{-\cos x} - 1$.
2. Din conditia initiala rezulta $y(x) = \sqrt{2 e^{-\cos x + 1} - 1}$.

Source : http://www.unibuc.ro/prof/timofte_c/docs/2014/ian/10_19_42_56Ecuatii_diferentiale_I.pdf

Ecuatii si inecuatii liniare cu parametru

Definitie
Ecuatia de forma $ax+b=0$ unde $a, b \in \mathbb{R}$, x -necunoscuta, se numeste ecuatie liniara (ecuatia de gradul intai).

Exemple de ecuatii liniare:

a) $2x+6=0$, cu $a=2$, $b=6$
b) $x-2=0$, cu $a=1$, $b=-2$
c) $0.x+0=0$, cu $a=0$, $b=0$
d) $0.x+\frac{1}{3}=0$, cu $a=0$, $b=\frac{1}{3}$
e) $-\frac{1}{2}x=0$, cu $a=-\frac{1}{2}$, $b=0$

Cum ecuatia este echivalenta cu ecuatia $ax=-b$ rezulta urmatoarea afirmatie.

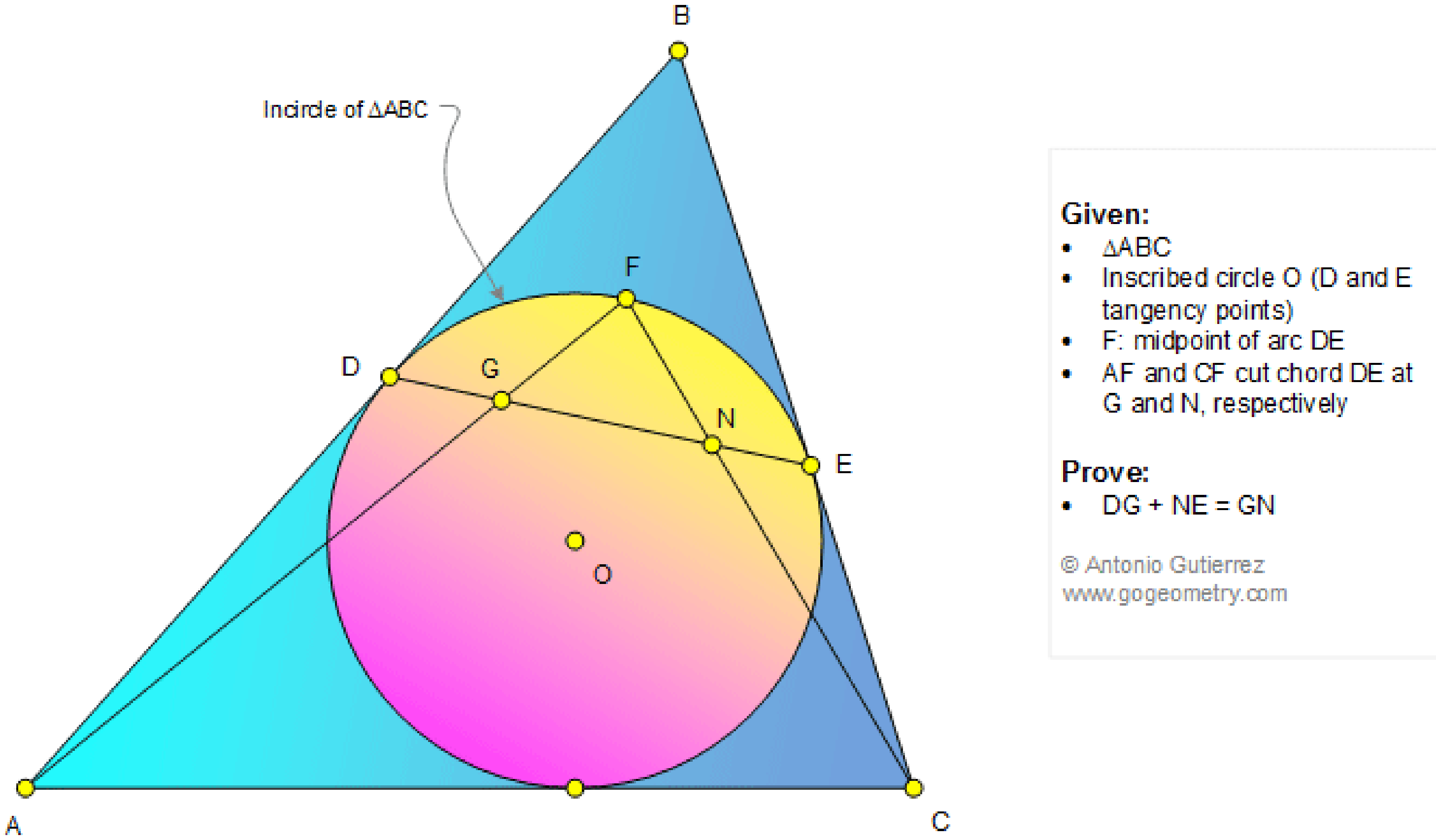
Afirmatia 1.

1. $a \neq 0$, ecuatia are o solutie unica, $x=-\frac{b}{a}$;
2. $a=0$, $b \neq 0$, ecuatia nu are solutii ;
3. $a=0$, $b=0$, orice numar real este solutie a ecuatiei.

a) $x=-\frac{6}{2}$ adica $x=-3$; b) $x=2$; c) orice numar real este solutie a ecuatiei date ; d) ecuatia nu are solutii ; e) $x=0$.

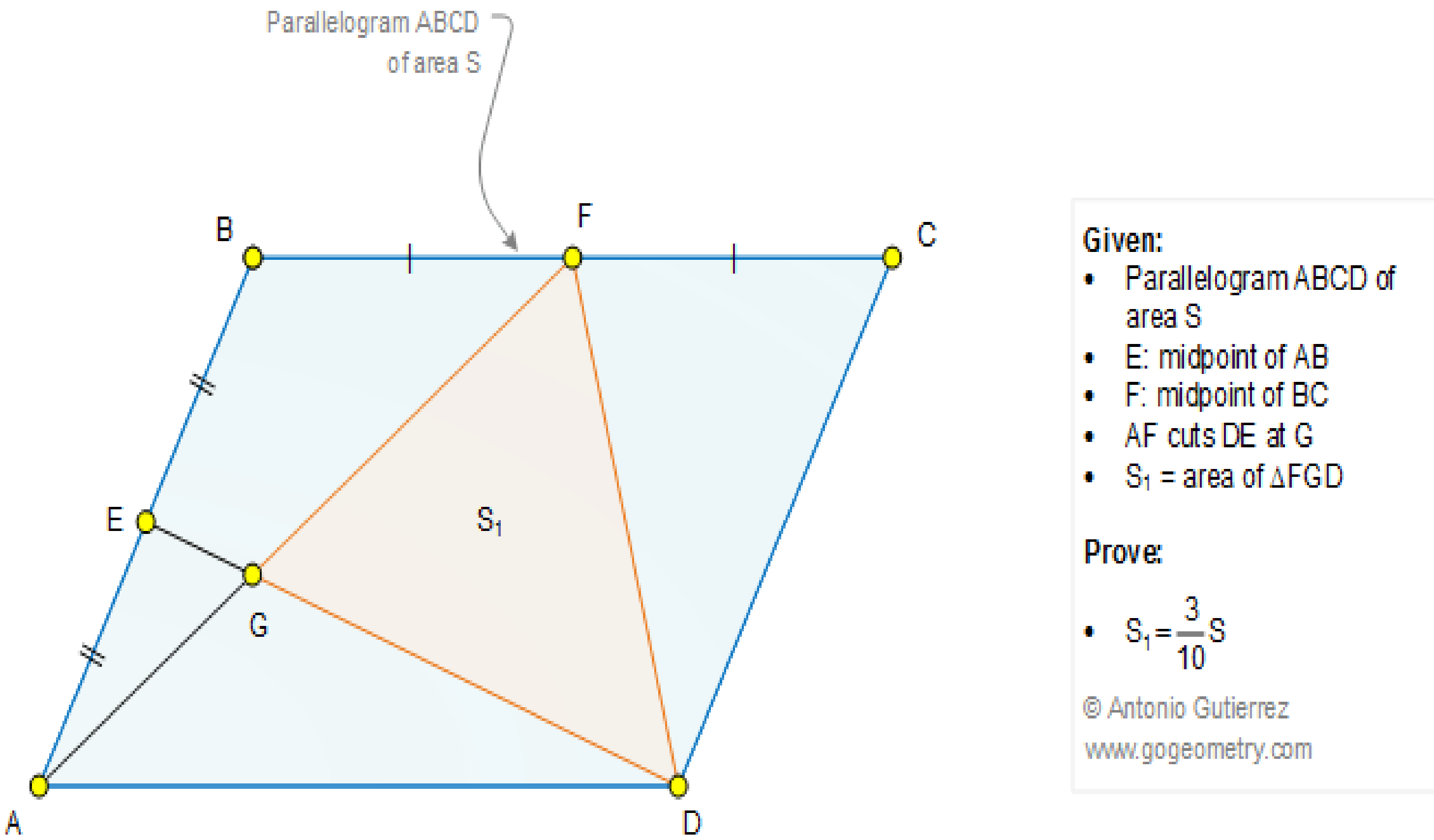
Source : http://www.math.md/school/rubrica/param/param.pdf

Go Geometry (Antonio Gutierrez)



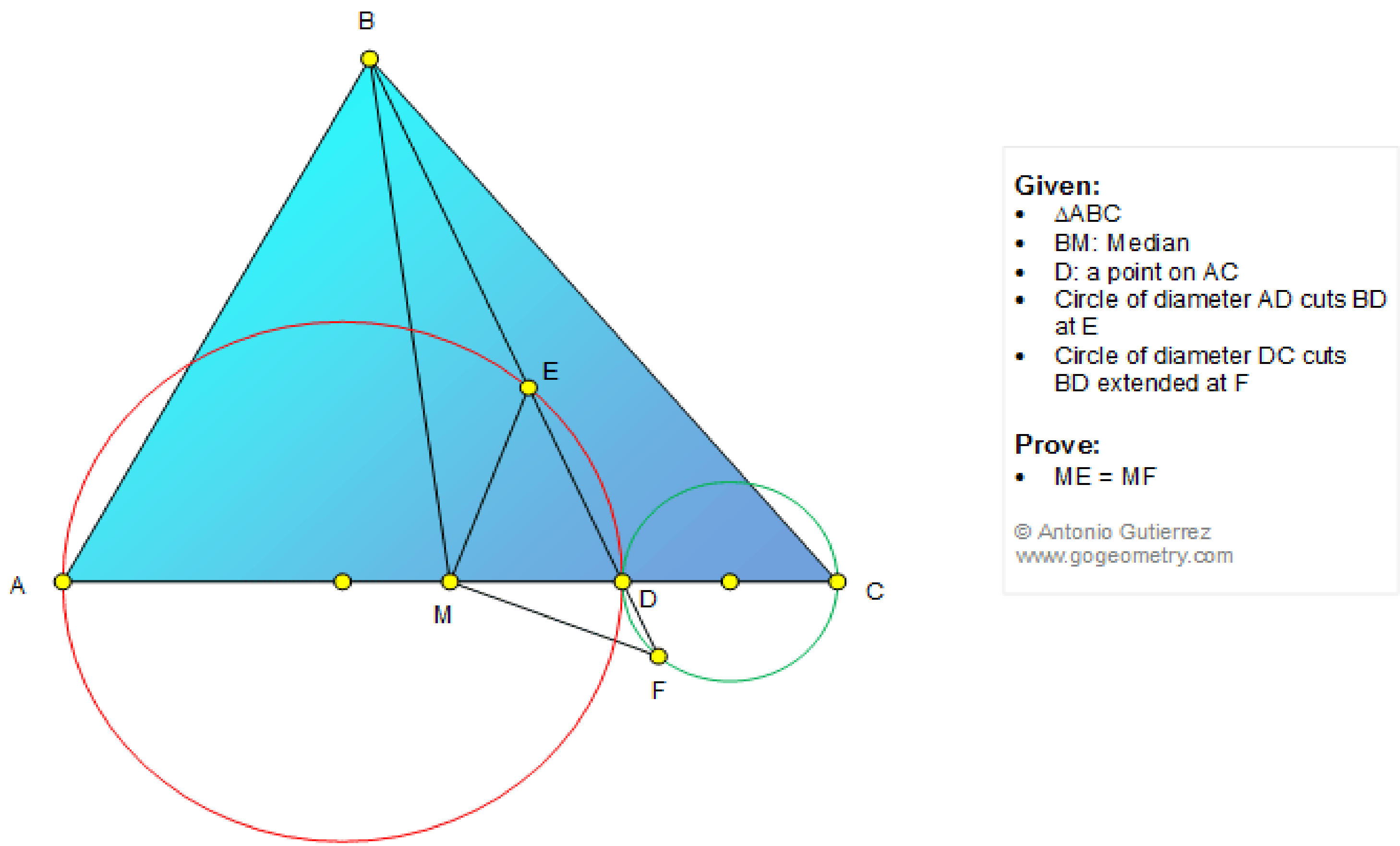
Source : http://www.gogeometry.com/school-college/4/p1316-triangle-incircle-chord-sum-segment-congruence.htm

Go Geometry (Antonio Gutierrez)



Source : http://www.gogeometry.com/school-college/3/p1279-parallelogram-area-midpoint-triangle.htm

Go Geometry (Antonio Gutierrez)



Source : http://gogeometry.com/school-college/4/p1302-triangle-median-circle-congruence.htm

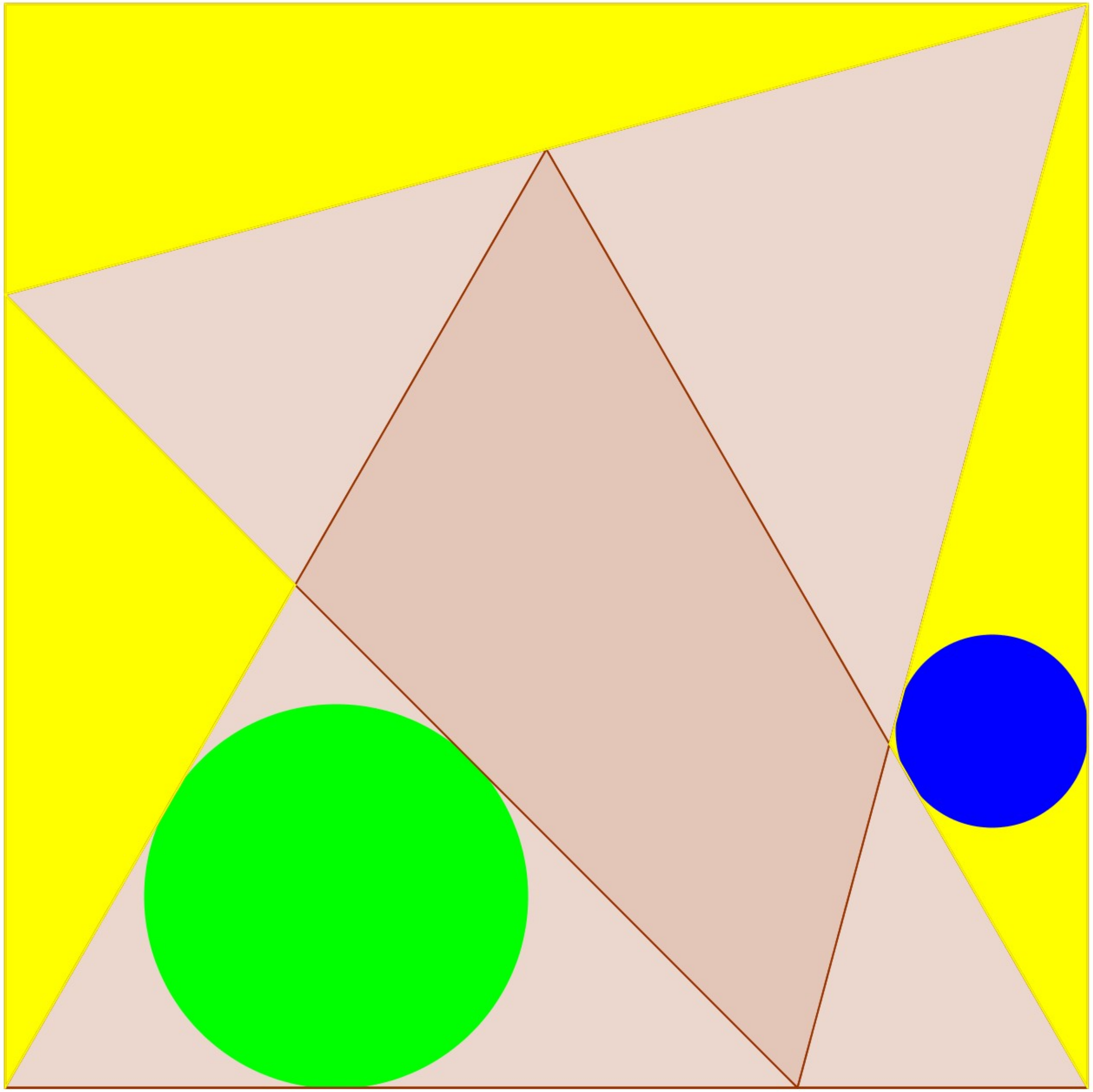
Sangaku : le problème des deux cercles

Les deux triangles
sont équilatéraux.

Montrer que **R/r = 2**

Les sangaku sont des panneaux de mathématiques que l'on découvre parfois accrochés sous les auvents des temples et des sanctuaires au Japon.

Source : Sangaku, Géry Huvent, Dunod 2008



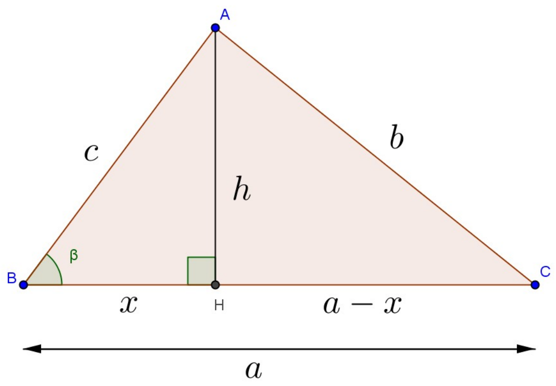
Galileo Galilei

La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto.

La philosophie est écrite dans ce vaste livre qui constamment se tient ouvert devant nos yeux (je veux dire l'Univers), et on ne peut le comprendre si d'abord on n'apprend pas à connaître la langue et les caractères dans lesquels il est écrit. Or il est écrit en langue mathématique, et ses caractères sont les triangles, les cercles et autres figures géométriques, sans lesquelles il est humainement impossible d'en comprendre un seul mot, sans lesquelles on erre vraiment dans un labyrinthe obscur.

Quelle est cette langue ?

Ces raisonnements sont-ils rédigés en Anglais, en Chinois ou en Arabe ?



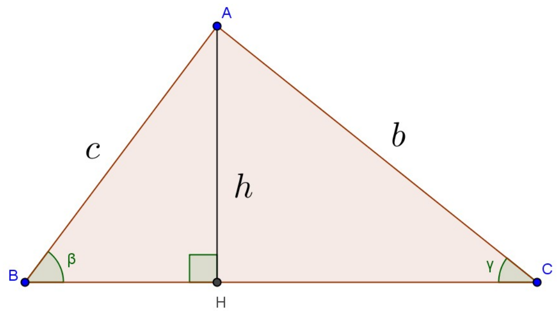
$$c^2 = x^2 + h^2 \qquad b^2 = (a-x)^2 + h^2$$

$$h^2 = c^2 - x^2 = b^2 - (a-x)^2$$

$$c^2 - x^2 = b^2 - a^2 + 2ax - x^2$$

$$2ax = a^2 + c^2 - b^2 \qquad \cos\beta = \frac{x}{c} = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$ law of cosine



$$A = \frac{ah}{2} = \frac{ac\sin\beta}{2} = \frac{ab\sin\gamma}{2}$$

$$\frac{2A}{abc} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

$\dfrac{\sin\alpha}{a} = \dfrac{\sin\beta}{b} = \dfrac{\sin\gamma}{c}$ law of sine

Décrire une expérience aléatoire

Une expérience aléatoire est une expérience dont le résultat dépend du hasard.
On peut décrire, modéliser, simuler une telle expérience.

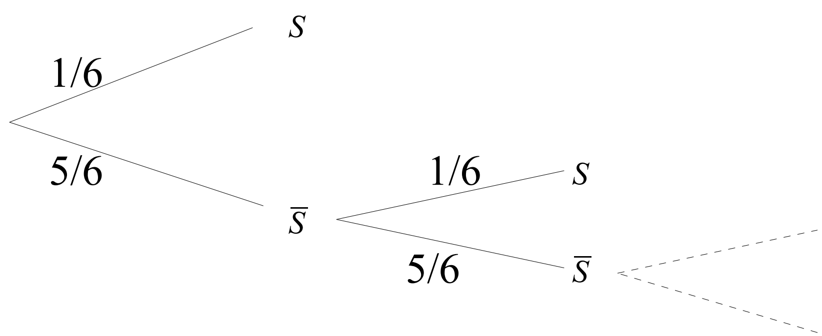
En français

On lance un dé cubique parfaitement équilibré jusqu'à ce qu'on obtienne un six. Le résultat de l'expérience aléatoire est le nombre de lancers du dé.

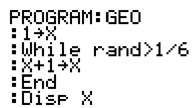
En Python

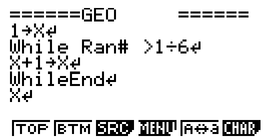
```
from random import random
x=1
while random()>1/6 :
        x=x+1
print(x)
```

Avec un arbre



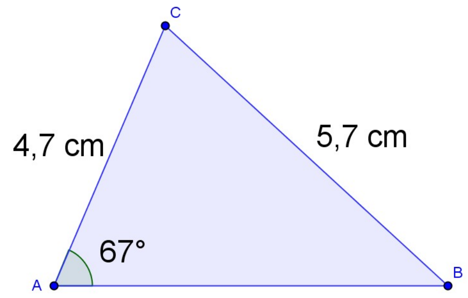
Sur calculatrice



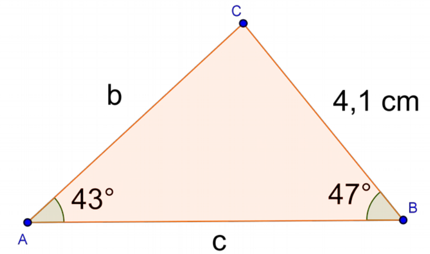


Trigonometrie

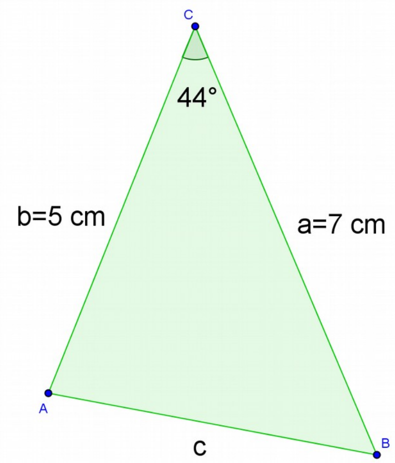
Betrachte das abgebildete Dreieck
a) Welcher Winkel lässt sich mithilfe des Sinussatzes berechnen
b) Berechne die fehlenden Winkel.
c) Berechne die fehlende Seite c mithilfe des Sinussatzes.



Berechne für das abgebildete Dreieck dis fehlenden Stücke.



Berchne fur das abgebildete dreieck mithilfe des Kosinussatzes die Länge des Seite c.



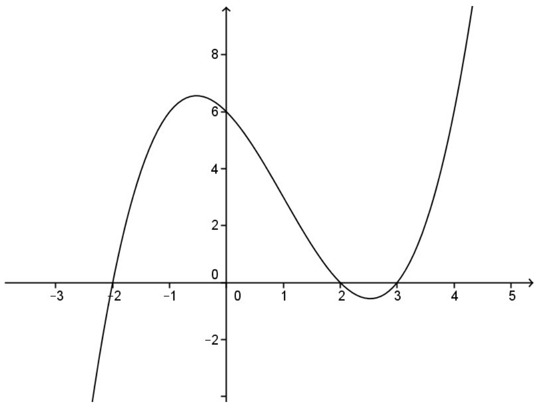
Source : Mathematik 10. Klasse, 2013, Dudenverlag Berlin

Ganzrationale Funktionen : Nullstellen

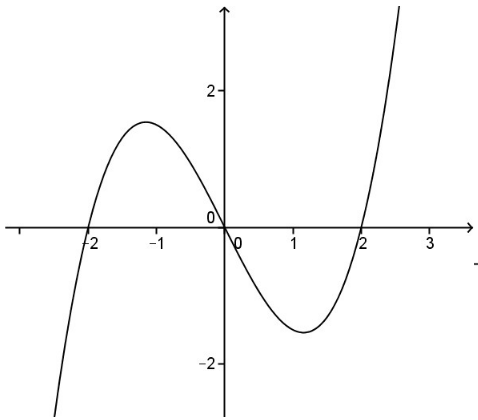
Ordne die gegebnen Funktiongleichungen den abgebildeten Graphen zu.
Wie hast du die Zuordnungen gefunden ? Beschreibe dein Vorgehen.

a) $f(x)=0{,}5x^4-2x^2$
b) $g(x)=x^2(x-2{,}5)$
c) $h(x)=(0{,}5x-1)(x+2)(x-3)$
d) $i(x)=0{,}5x^3-2x^2$

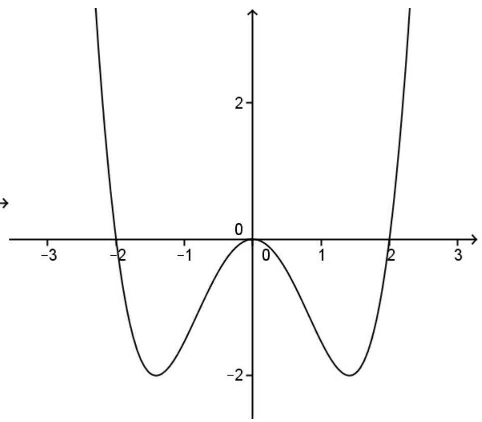
1)



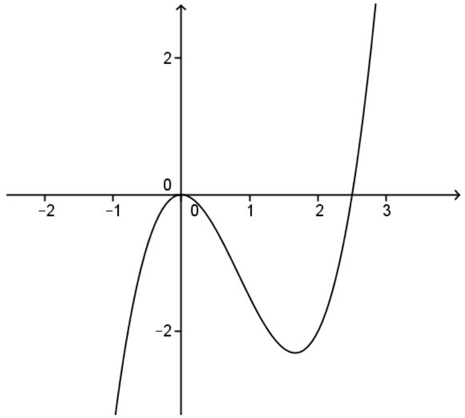
2)



3)



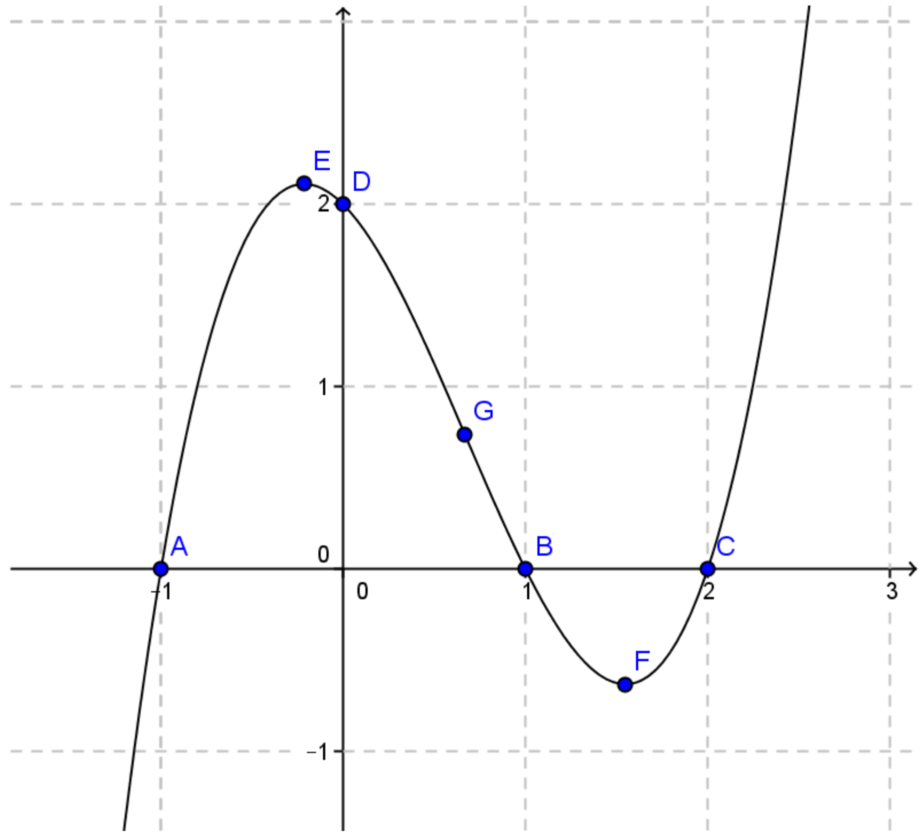
4)



Source : Mathematik 10. Klasse, 2013, Dudenverlag Berlin

Wissen : Charakteristische Punkte des Graphen einer Funktion

Graphen von Funktionen haben charakteristische Punkte.
Diese helfen dir, den Verlauf des Graphen zu skizzieren bzw. Näherungsweize zu zeichnen :
Achsenschnittpunkte : A, B, C : Schnittpunkte mit der x-Achse ; D : Schnittpunkt mit der y-Achse ;
Nullstellen : x-Werte des Schnittpunkte mit des x-Achse ;
Hoch- und Tiefpunkte : E, F : Punkte eines Intervalls des Definitionsmenge mit den höchsten bzw. Kleinsten Funktionswerten ;
Extremstellen : x-Werte der Hoch- und Tiefpunkte ;
Wendepunkte : G : Punkte, in denen der Graph der funktion seinen
Drehsinn ändert (hier : Rechts- in Linksdrehung).



Source : Mathematik 10. Klasse, 2013, Dudenverlag Berlin

Langages informatiques

L'algorithme d'Euclide permet d'obtenir le PGCD (plus grand diviseur commun) de deux nombres donnés, en divisant le plus grand par le plus petit et en recommençant avec le plus petit et le reste de la division, jusqu'à ce que le reste soit nul. Cet algorithme se traduit très facilement en l'un des nombreux langages informatiques existants.

Python

```
def gcd(u,v) :
    while v :
        u, v = v, u%v
    return(abs(u))
```

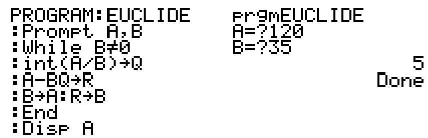
C

```
int gcd(int u, int v)
{
  return (v!=0)?gcd(v,u%v):u ;
}
```

Javascript

```
function gcd(a,b){
  while(true) {
    a %= b;
    if (a==0)
        { return b; }
    b%= a;
    if (b==0)
        { return a; }
  }
}
```

Basic (calculatrices)

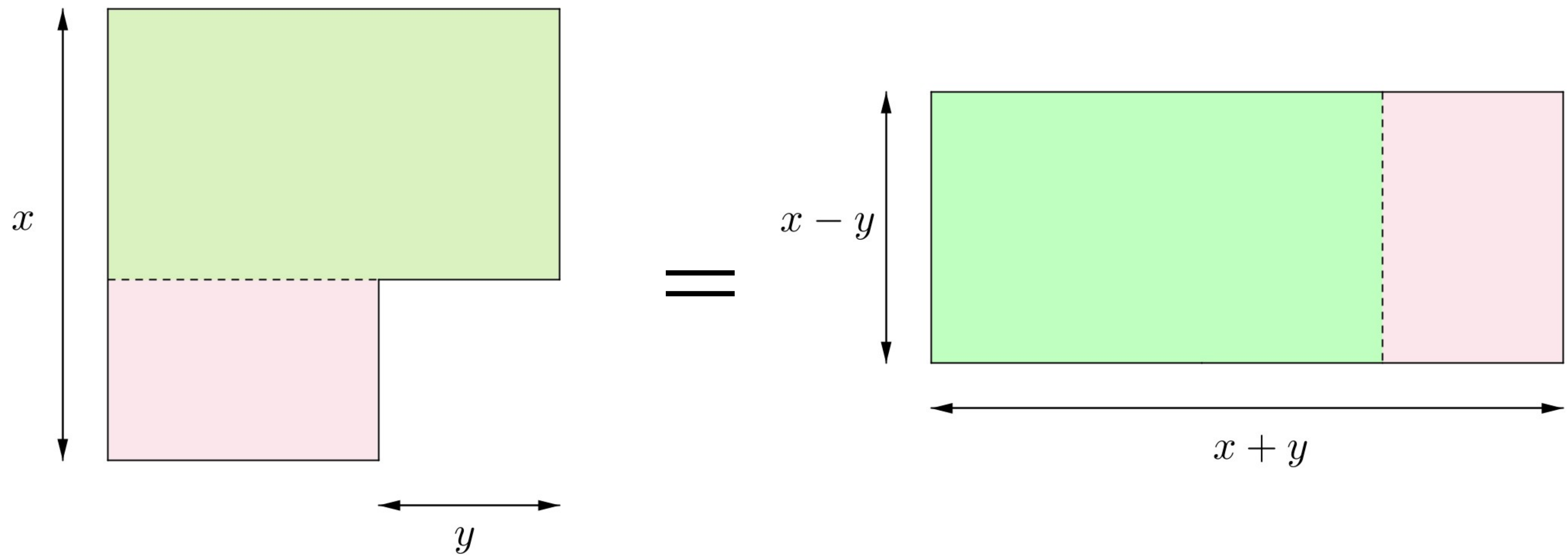


Forth : gcd begin dup while tuck mod repeat drop ;

Scheme (define (gcd a b) (if (= b 0) a (gcd b (mod a b))))

Source : le site http://rosettacode.org/wiki/Rosetta_Code propose 835 programmes traduits en 648 langages de programmation différents.

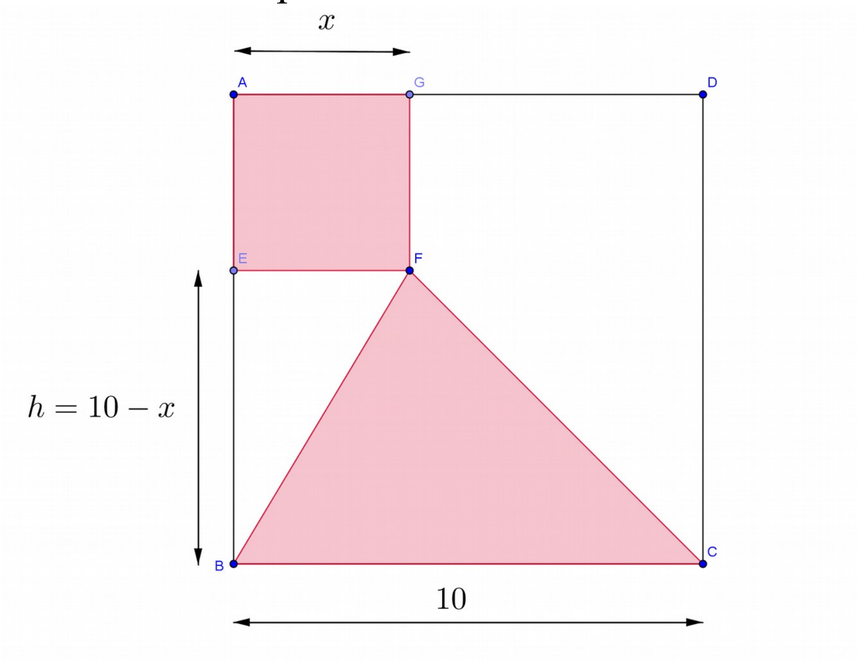
Algébrisation d'une figure géométrique



$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

Divers aspects d'une même fonction

L'aire A de la figure coloriée est fonction du côté x du petit carré.

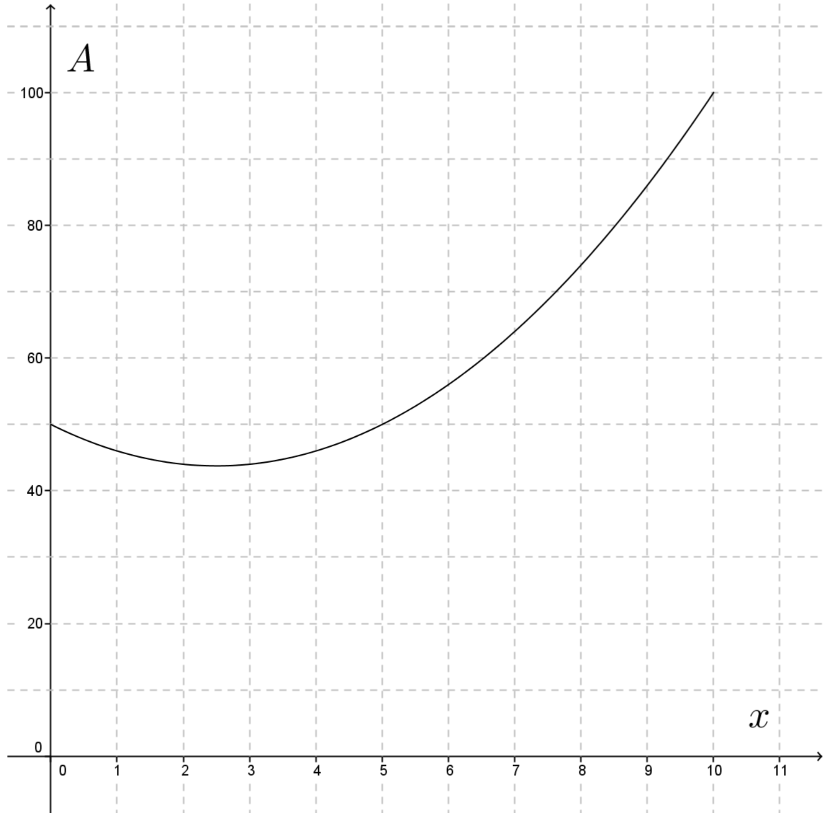


Géométriquement

$$A(x) = x^2 + \frac{10(10-x)}{2} = x^2 - 5x + 50 = (x - 2{,}5)^2 + 43{,}75$$

Algébriquement

Quelle est l'aire minimale ?



Graphiquement

Numériquement

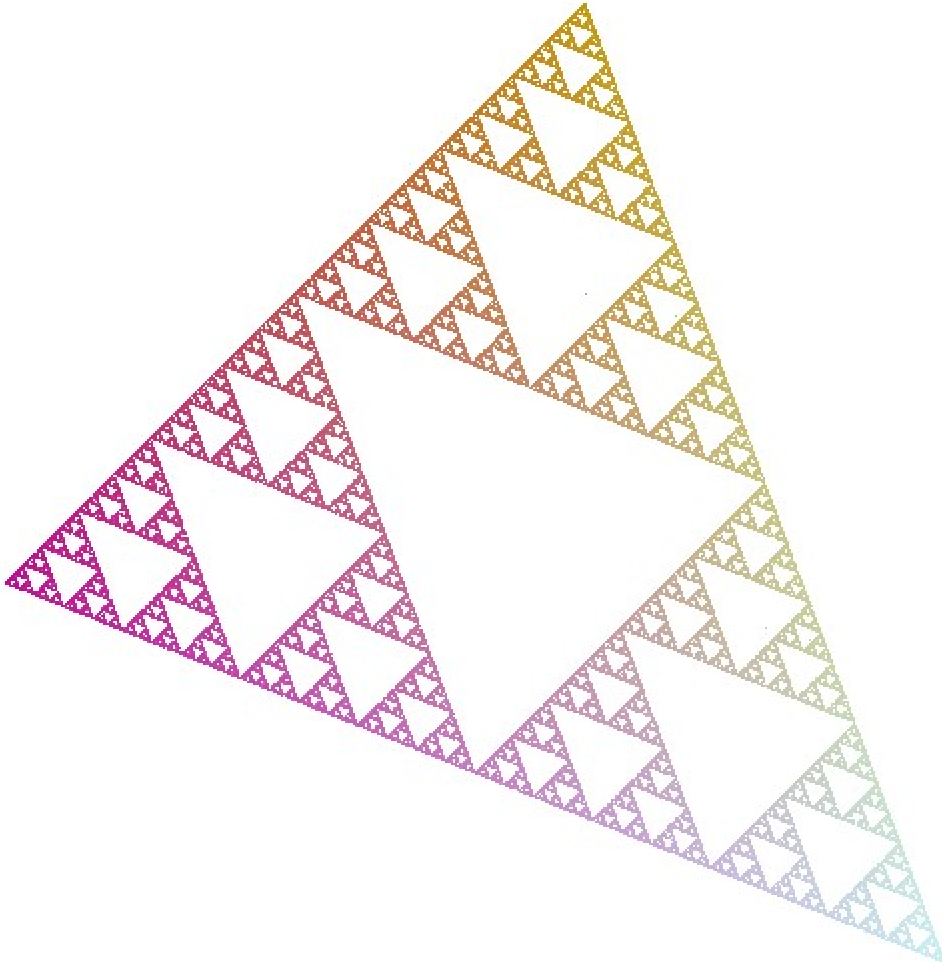
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	50	46	44	44	46	50	56	64	74	86	100

Processing : un langage de création graphique

```
float x=300,y=300;
float xa=50,ya=300;
float xb=300,yb=50;
float xc=480,yc=450;

void setup()
{
 size(500,500);
 background(255);
 frameRate(500);
}

void draw()
{
 float p =random(3);
 if (p<1) {
  x=(x+xa)/2; y=(y+ya)/2;
 }
 else if (p<2) {
  x=(x+xb)/2; y=(y+yb)/2;
 }
 else  {
  x=(x+xc)/2; y=(y+yc)/2;
 };
 stroke(200,x/2,y/2);
 point(x,y);
}
```



Cette figure s'appelle un triangle de Sierpinski