

5.8 Løysingsformel for andregradslikningar

Du skal lære

- løysingsformelen for andregradslikningar og kunne bruke han
- å bruke lommereknar eller digitalt verktøy til å løyse ei andregradslikning
- å bevisse løysingsformelen

Den generelle andregradslikninga skriv vi gjerne på *ordna form*:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Likninga er ordna når vi har null på høgre side, og når ledda på venstre side har andregradsleddet fremst, deretter førstegradsleddet og til sist konstantleddet. Den generelle løysinga finn du i margin.

LØYSINGSFORMELEN FOR ANDREGRADSLIKNINGAR

Vi har den ordna andregradslikninga

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Likninga har løysinga

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Merk at andregradslikninga må vere *ordna*, slik at det står null på høgre side.

EKSEMPEL 17

Bruk løysingsformelen til å løyse andregradslikninga

$$x^2 - 3x - 10 = 0.$$

Løysing:

Her er $a = 1$, $b = -3$ og $c = -10$. Legg merke til at forteiknet høyrer med til tala. Når vi set inn i løysingsformelen, må vi passe på å slå parentes rundt dei negative tala.

Vi får

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{3 \pm 7}{2} \end{aligned}$$

Løysinga blir

$$x = \frac{3+7}{2} = 5 \quad \text{eller} \quad x = \frac{3-7}{2} = -2$$

EKSEMPEL 18

Løys likningane:

a) $x^2 - 8x + 16 = 0$

b) $x^2 - 2x + 3 = 0$

Løysing:

a) Løysingsformelen gir: $x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{0}}{2} = 4$

Her får vi éi løysing.

b) Løysingsformelen gir: $x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{-8}}{2}$

Talet under rotteiknet er negativt. Likninga har inga løysing.

TALET PÅ LØYSINGAR

Vi tek for oss uttrykket

$$D = b^2 - 4ac$$

under rotteiknet i løysingsformelen:

$D > 0$ gir to løysingar.

$D = 0$ gir éi løysing.

$D < 0$ gir inga løysing.

Vi bruker metoden med å halvere, kvadrere og addere til å bevise løsningsformelen:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

... Vi dividerer med a og flytter over

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

... Vi halverer, kvadrerer og adderer

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

... Vi har eit fullstendig kvadrat og lagar felles brøkstrek på høgre side

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

... Vi løyer som kvadratisk likning og tek kvadratrotta i teljar og nemnar kvar for seg

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

... Vi flytter over og set på felles brøkstrek

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

EKSEMPEL 19

Løys andregradslikninga $1,63x(2,1 - 0,76x) = \frac{4}{3}$ med digitalt verktøy.

Løysing:

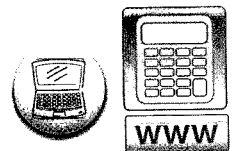
Vi reknar ut og ordnar andregradslikninga:

$$3,423x - 1,2388x^2 = \frac{4}{3}, \quad \text{dvs.} \quad -1,2388x^2 + 3,423x - \frac{4}{3} = 0$$

Det vil seie at $a = -1,2388$, $b = 3,423$ og $c = -\frac{4}{3}$.

Vi bruker digitalt verktøy og finn dei to løysingane:

$$x_1 \approx 0,47, \quad x_2 \approx 2,29$$



AKTIVITETAR

Oppgåve 5.43

Løys desse likningane for hand:

a) $x^2 + 3x + 2 = 0$ b) $2x^2 = 4x + 6$

c) $6x^2 = 2 - x$

Oppgåve 5.44

Løys likningane:

a) $\frac{2}{3}x^2 - 5 = \frac{x}{3}$ b) $\frac{x^2}{4} = \frac{3}{2}x - 2$

Oppgåve 5.45

Løys andregradslikningane:

a) $2x^2 - 8x = 0$ b) $2x^2 = 5x$

c) $3(x^2 - 2) = 12x - 6$

Oppgåve 5.46

Løys likningane:

a) $2x^2 + 3x + 5 = 0$

b) $9x^2 - 12x + 4 = 0$

Oppgåve 5.47

Løys likningane og skriv svara både med rotteikn og som tilnæringsverdiar:

a) $3x^2 - 4x - 5 = 0$

b) $0,2x^2 - 1,6x + 0,3 = 0$