

Let's make a deal

The Monty Hall Problem



Congratulations!!! You're on a TV show and you have mastered all the questions! You now stand in front of three doors. Behind one of them is an expensive sports car; behind the other two there's a goat. You are asked to pick a door, and will win whatever is behind it (of course, your goal is to win the sports car). But the door you picked is not opened. The host (who knows the location of the sports car) opens one of the *other* doors instead and shows a goat.

He then asks you if you would like to switch your selection to the other unopened door, or stay with your original choice.

The question is : Should you stick with your original choice or switch? Does it make any difference?

1. What do you think about this problem? Are your chances better if you switch, or does it not matter whether you switch or not? Try to explain your answer below.

2. You're going to try both strategies. Play the Monty Hall Game and record your results in the table below (if you don't switch doors, fill in the first line; and if you switch, fill in the second line).

Strategy	Wins	Losses	Total
Don't switch doors			
Switch doors			

3. Now, go and write your results on the computer.

4. Now, fill in the chart below in percentages (white columns for your own results and grey columns for the class')

Strategy	Wins		Losses	
Don't switch doors				
Switch door				

5. What seems to be the best strategy ? Try to explain why.

Déroulement de la séance

On peut éventuellement commencer par projeter une photo ou une petite vidéo de let's make a deal.

On explique le jeu aux élèves en faisant quelques essais au tableau avec différents élèves volontaires (le prof est l'animateur, les élèves sont les candidats).

On leur distribue la feuille et on tente de répondre à la question "faut-il ou non changer de porte ?" En général, les élèves répondent qu'il n'y a pas de différences puisqu'il reste deux portes donc on a une chance sur deux de gagner.

On leur distribue alors les cartes et, par groupes de deux, ils jouent au jeu (un animateur et un candidat). Ils jouent 20 fois chacun environ puis inversent les rôles animateur-candidat.

Les résultats sont consignés sur leur feuille puis au tableau et on constate sur tableur (hopefully) qu'il vaut mieux changer de porte. On essaye alors d'expliquer ce paradoxe qui n'en est pas un.

Explication 1 :

Si on choisit une porte, on a une chance sur trois de choisir la voiture. Donc dans la stratégie "on ne change pas de porte", on a une chance sur trois de gagner.

Et en changeant de porte ? Puisqu'on a une chance sur trois de choisir la voiture lors du premier choix, cela signifie qu'il y a deux chances sur trois pour que la voiture soit derrière l'une des deux autres portes. Puisque l'animateur élimine un de ces deux choix, il reste la porte qu'on avait choisie (avec une probabilité d'un tiers qu'elle cache une voiture) et l'autre porte qui cache donc la voiture avec une probabilité de $2/3$.

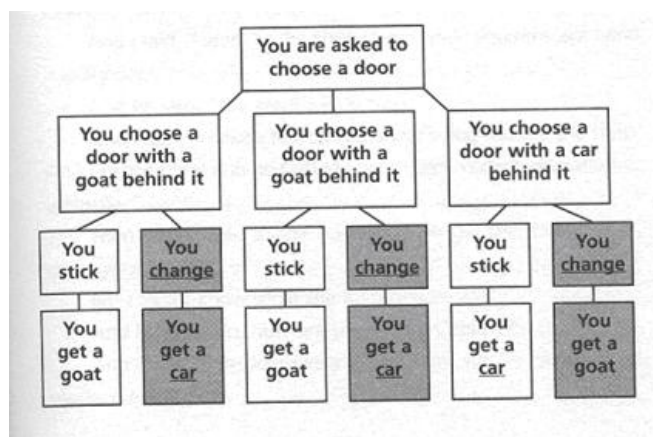
Explication 2 :

Pour la stratégie "on change de porte".

Deux possibilités. Soit la première porte choisie cachait la voiture (ce qui a une probabilité égale à un tiers d'arriver). A ce moment-là, si on change, on est sûr de perdre.

Soit la première porte choisie cachait une chèvre (deux chances sur trois) et à ce moment-là, on est sûr de gagner puisque l'animateur ouvre la porte qui cache l'autre chèvre.

On a donc deux chances sur trois de gagner avec cette stratégie.



Commentaires :

Cette séance a été testée sur différents niveaux (de la 4ème à la terminale).

Pour aider à comprendre les choses, l'arbre ci-dessus est très parlant. On peut projeter une vidéo en anglais (par exemple : <http://www.youtube.com/watch?v=mhlc7peGIGg>)

On peut aussi présenter le cas où il y a 1000 portes (1 voiture et 999 chèvres). On choisit une porte et l'animateur en ouvre 998. Il vaut mieux changer puisqu'il n'y avait qu'une chance sur 1000 de choisir la voiture du premier coup.

Autres suggestions :

Démarrer par la vidéo qui présente le jeu et l'interrompre au moment où il faut décider si l'on change ou pas de porte. On demande ce que pensent les élèves et on fait surgir le débat (on peut éventuellement faire écrire sur papier un ou deux arguments pour chaque élève). On peut utiliser comme support l'une des nombreuses vidéos disponibles sur Internet (explications, extraits de films (21) ou de séries (numbers)...) ou des simulateurs en ligne (<http://www.nytimes.com/2008/04/08/science/08monty.html>)

On peut éventuellement faire rédiger pour la fois suivante une explication à l'écrit (qui pourra être présentée à l'oral).

